



GUÍA DOCENTE

CURVAS Y SUPERFICIES

**DOBLE GRADO EN MATEMÁTICA
COMPUTACIONAL E INGENIERÍA DEL
SOFTWARE**

MODALIDAD: PRESENCIAL

CURSO ACADÉMICO: 2025-2026

Denominación de la asignatura:	Curvas y Superficies
Titulación:	DOBLE GRADO EN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL E INGENIERÍA DEL SOFTWARE
Facultad o Centro:	Centro Universitario de Tecnología y Arte Digital
Materia:	Geometría y Topología
Curso:	4
Cuatrimestre:	2
Carácter:	OB
Créditos ECTS:	6
Modalidad/es de enseñanza:	Presencial
Idioma:	Castellano
Profesor/a - email	Chris Hawkins/christopher.hawkins@u-tad.com
Página Web:	http://www.u-tad.com/

DESCRIPCIÓN DE LA ASIGNATURA

Descripción de la materia

Los espacios afines y proyectivos, los espacios topológicos y la Geometría Diferencial de Curvas y Superficies son los aspectos centrales de esta materia.

Descripción de la asignatura

El estudio de curvas y superficies es el punto de partida del campo de la geometría diferencial, área de gran importancia en las matemáticas puras. Sin embargo, las superficies discretizadas están en todas partes del mundo moderno. Todos los objetos creados en software CAD y en animación por computadora se pueden expresar como un tipo de archivo stl, que es una forma común de discretizar una superficie. Las matemáticas pueden ayudarnos a analizar objetos del mundo real, y las versiones discretas pueden permitirnos realizar cálculos como el flujo de calor y la búsqueda de geodésicas que son difíciles en el ámbito de las matemáticas puras. Este curso debería proporcionar una base para aquellos que quieran explorar el lado puro y continuar con la geometría de Riemann, así como permitir al estudiante más aplicado utilizar nuevas estructuras de datos y métodos de análisis.

COMPETENCIAS Y RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA MATERIA

Competencias (genéricas, específicas y transversales)

CG1 Conocimiento en el área de las Matemáticas a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia del estudio de la Matemática Computacional y de la Ciencia de Datos.

CG2 Conocimientos matemáticos y computacionales de una forma profesional y posesión de las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas en el ámbito de la Matemática Computacional.

CG7 Capacidad de utilización de herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos y de Internet.

CB1 Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio

CB2 Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio

CB3 Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética

CB4 Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado

CB5 Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

CT4 Actualizar el conocimiento adquirido en el manejo de herramientas y tecnologías digitales en función del estado actual del sector y de las tecnologías empleadas.

CE1 Capacidad de comprensión y utilización del lenguaje matemático.

CE2 Conocimiento, comprensión y capacidad de demostración rigurosa de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.

CE3 Capacidad de construcción de demostraciones para enunciados matemáticos sencillos o de capacidad hallazgo de contraejemplos para dichos enunciados (cuando estos no sean ciertos en todos los casos).

CE4 Conocimiento de abstracción de las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y comprobación con demostraciones o refutamientos con contraejemplos, así como identificación de errores en razonamientos incorrectos.

CE5 Conocimiento de la definición de un nuevo objeto matemático (para el estudiante), en términos de otros ya conocidos (por el estudiante), y capacidad de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE6 Capacidad de propuesta, análisis, validación e interpretación de modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

CE7 Capacidad de resolución de problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos. CE1 Capacidad de comprensión y utilización del lenguaje matemático.

CE2 Conocimiento, comprensión y capacidad de demostración rigurosa de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.

CE3 Capacidad de construcción de demostraciones para enunciados matemáticos sencillos o de capacidad hallazgo de contraejemplos para dichos enunciados (cuando estos no sean ciertos en todos los casos).

CE4 Conocimiento de abstracción de las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y comprobación con demostraciones o refutamientos con contraejemplos, así como identificación de errores en razonamientos incorrectos.

CE5 Conocimiento de la definición de un nuevo objeto matemático (para el estudiante), en términos de otros ya conocidos (por el estudiante), y capacidad de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE6 Capacidad de propuesta, análisis, validación e interpretación de modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

CE7 Capacidad de resolución de problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.

CE8 Conocimiento para el uso de aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.

CE6 Capacidad de propuesta, análisis, validación e interpretación de modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

CE7 Capacidad de resolución de problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.

Resultados de aprendizaje

Relacionar los conceptos de espacio vectorial, afín y afín euclídeo y saber situar en cuál de esos marcos se deben resolver algunos problemas matemáticos.

Trabajar con variedades afines y proyectivas y con afinidades y proyectividades.

Clasificar cónicas y cuádricas.

Utilizar los conceptos básicos asociados a las nociones de espacio métrico y espacio topológico y de aplicación continua.

Construir ejemplos de espacios topológicos usando las nociones de subespacio topológico, espacio suma, espacio producto y espacio cociente.

Conocer y utilizar las propiedades topológicas básicas de compacidad y conexión. Reconocer la naturaleza de los puntos de una curva en \mathbb{R} , y saber realizar el cálculo del triángulo de Frenet, y de la curvatura y la torsión.

Reconocer la naturaleza de los puntos de una superficie en \mathbb{R} .

Saber realizar el cálculo de las formas fundamentales, curvatura de Gauss, curvatura media y curvaturas principales.

Construir ejemplos de superficies de revolución, regladas y minimales.

Reconocer propiedades intrínsecas y extrínsecas de una superficie y conocer los teoremas egregios de Gauss y fundamental de superficies.

Conocer y saber calcular nociones topológicas básicas de las superficies: grupo fundamental, triangulaciones y característica de Euler.

CONTENIDO

Curvas regulares. Longitud de arco. Curvatura y torsión. Fórmulas de Frenet.

Superficies regulares. Plano tangente y recta normal. Orientación. La primera y la segunda forma fundamental. Curvatura normal, de Gauss y media. Curvaturas y direcciones principales. Teorema egregio de Gauss. Teorema fundamental de superficies.

TEMARIO

Tema 1. Curvas

1.1. ¿Qué es una curva?

1.2. Parametrización de la longitud del arco

1.3. Campos de marco

1.4. Sympy: una herramienta útil

1.5. Curvatura y torsión

1.6. Geodésicas y las ecuaciones geodésicas.

1.7. Curvas discretas

1.8. ¿Cómo se definen la curvatura y la torsión en el caso discreto?

1.9. Curvas extrañas: sistemas L

Tema 2. Superficies

- 2.1. Ejemplos
- 2.2. El espacio tangente
- 2.3. La primera y segunda forma fundamental.
- 2.4. Curvatura gaussiana y media
- 2.5. La característica de Euler
- 2.6. Teorema de Gauss Egregium
- 2.7. Superficies mínimas
 - a) Cálculo de variaciones
 - b) Superficies mínimas con este enfoque

Tema 3. Superficies Discretas

- 3.1. La estructura de datos de malla y sus usos.
- 3.2. Teorema de Gauss discreto
- 3.3. Una introducción rápida al laplaciano en R^2
- 3.4. El laplaciano discreto en superficies y usos discretos.
 - a) Flujo de calor y curvatura.
 - b) Coordenadas relativas
- C) La búsqueda de geodésicas.

Tema 4. Otros posibles temas

- 4.1.
 - Geometría intrínseca
 - Diferentes modelos de espacio hiperbólico y sus geodésicas
- 4.2.
 - Introducción a las formas diferenciales.

ACTIVIDADES FORMATIVAS Y METODOLOGÍAS DOCENTES

Actividades formativas

Actividad Formativa	Horas totales	Horas presenciales
---------------------	---------------	--------------------

<i>Clases teóricas / Expositivas</i>	30	100
<i>Clases Prácticas</i>	24	100
<i>Tutorías</i>	4	50
<i>Estudio independiente y trabajo autónomo del alumno</i>	58	0
<i>Elaboración de trabajos (en grupo o individuales)</i>	29	0
<i>Actividades de Evaluación</i>	6	100

Metodologías docentes

- MD1 Clase Teoría
- MD2 Prácticas
- MD3 Prácticas de Laboratorio
- MD4 Tutorías

DESARROLLO TEMPORAL

Curvas: Semanas 1 a 4

Superficies: Semanas 4 a 7

Superficies discretas: Semana 7 a 10

Otros temas y posibles proyectos: Semanas 11 a 15

SISTEMA DE EVALUACIÓN

ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN	VALORACIÓN MÍNIMA RESPECTO A LA CALIFICACIÓN FINAL (%)	VALORACIÓN MÁXIMA RESPECTO A LA CALIFICACIÓN FINAL (%)

<i>Evaluación de la participación en clase, en prácticas o en proyectos de la asignatura</i>	0	30
<i>Evaluación de trabajos, proyectos, informes, memorias</i>	30	60
<i>Prueba Objetiva</i>	30	60

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE EVALUACIÓN

ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN	CONVOCATORIA ORDINARIA	CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA
<i>Evaluación de la participación en clase, en prácticas o en proyectos de la asignatura</i>	30	30
<i>Evaluación de trabajos, proyectos, informes, memorias</i>	30	30
<i>Prueba Objetiva</i>	40	40

Consideraciones generales acerca de la evaluación

- La evaluación de la participación en clase, en prácticas o en proyectos de la asignatura se llevará a cabo en base a la asistencia y participación activa en clase y en el resto de las actividades desarrolladas durante el curso. Este aspecto representará el 30% de la nota final de la asignatura en la convocatoria ordinaria.
- A lo largo del curso se propondrán actividades, ejercicios y problemas que deben entregarse antes de la fecha indicada a través de la plataforma virtual. Este trabajo serán evaluados a través de la propia plataforma virtual y representará el 30% de la nota final de la asignatura en la convocatoria ordinaria.
- A mitad del semestre se realizará un examen parcial, el cual será liberador si el estudiante así lo deseé, con la condición de obtener al menos una calificación de 4.0 en dicho examen. Aquellos alumnos que no superen esa nota o que decidan descartarla voluntariamente, deberá presentarse a dos exámenes correspondientes a los dos exámenes parciales de la fecha asignada para la convocatoria ordinaria en enero. Los dos exámenes parciales representarán 40% de la nota final en la convocatoria ordinaria (20% cada una).
- Para superar la asignatura en la convocatoria ordinaria, es imprescindible que la nota final (incluyendo los exámenes parciales, los problemas y actividades a realizar y la participación) sea de al menos 5,0 (sobre 10). Además de este requisito, Es necesario que el

La media de los exámenes parciales sea de al menos 5,0 (sobre 10), lo que permite que la nota individual de uno de los dos exámenes parciales que sea mayor o igual a 4,0 (sobre 10). De no cumplir con estos requisitos, el sujeto se considerará automáticamente suspenso independientemente del resto de las calificaciones.

- En el caso de no aprobar en la convocatoria ordinaria de junio, el alumno podrá asistir a la convocatoria extraordinaria del mes de julio y en la que el estudiante se examinará sobre todo el contenido de la asignatura vista en clase (incluidas las actividades impartidas a través del aula virtual) La nota obtenida por el estudiante en la participación en clase, prácticas o en proyectos (10% de la nota final) durante la convocatoria ordinaria se mantendrán en la convocatoria extraordinaria.
 - Con respecto a la evaluación de proyectos, conjuntos de problemas e informes en la convocatoria extraordinaria (30% de la nota final), por defecto, la nota obtenida durante la convocatoria ordinaria se mantendrá durante la convocatoria extraordinaria. (10% de la nota final) durante la convocatoria ordinaria se mantendrán en la convocatoria extraordinaria.
 - Con respecto a la evaluación de proyectos, conjuntos de problemas e informes en la convocatoria extraordinaria (30% de la nota final), por defecto, la nota obtenida durante la convocatoria ordinaria se mantendrá durante la convocatoria extraordinaria. Si lo prefiere, el alumno puede realizar una prueba presencial en una sola sesión que reemplaza la calificación en esta sección de evaluación. Cualquiera de los materiales que se ven en clase se le puede pedir al estudiante. Para elegir esta opción, es imprescindible que el alumno comunique su decisión por escrito al profesor al menos tres semanas antes de la fecha del examen asociado a la convocatoria extraordinaria. Las características de la prueba presencial serán comunicadas por el profesor durante el curso.
- El uso de calculadoras científicas y hojas de fórmulas solo será permitido en los exámenes. El estudiante debe remitirse a las instrucciones específicas del profesor sobre este tema.
 - No se guardarán calificaciones de ningún tipo entre diferentes cursos académicos

BIBLIOGRAFÍA / WEBGRAFÍA

Bibliografía básica– The Design Of Everyday Things. Don Norman. 2013– The Humane Interface: New Directions for Designing Interactive Systems by Jef Raskin (29-Mar-2000)– Don't Make Me Think: A Common Sense Approach to Web Usability. Steve Krug. 2005. Pearson Professional Education Bibliografía recomendada- Handbook of Human-Computer Interaction. Martin Helander (Redactor), etc. (Redactor), T.K. Landauer (Redactor). 1997. North-Holland- Usable Usability: Simple Steps for Making Stuff Better. Eric Reiss. 2012- Emotional Design: Why We Love (or Hate) Everyday Things. Don Norman. 2005- Experiencia de usuario: Principios y métodos” – Yusef Hassan Montero- “Introducción a la tipografía web” – Francisco J. Gallardo- “El diseño emocional: Por qué nos gustan (o no) los objetos cotidianos- Donald A. Norman- “Storytelling y copywriting. Cómo contar la historia de tu empresa” - Anita A. Cufari- “Usabilidad. Deja de sufrir” – Daniel Torres-Burriel- “Diseño Inteligente. 100 cosas más sobre la gente que cada diseñador necesita saber” - Susan M. Weinschenk- “Lean UX” - Jeff Gothelf- “Tipografía en pantalla” - Ellen Lupton- “Designpedia” - Juan Gasca Rubio y Rafael Zaragoza Álvaro

MATERIALES, SOFTWARE Y HERRAMIENTAS NECESARIAS

Tipología del aula

Aula teórica

Equipo de proyección y pizarra

Materiales:

Ordenador personal .

Cuaderno o tablet para tomar apuntes.

Software:

Powerpoint, doc, Excel, web