



# **GUÍA DOCENTE**

## **TOPOLOGÍA**

### **DOBLE GRADO EN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL E INGENIERÍA DEL SOFTWARE**

***MODALIDAD: PRESENCIAL***

***CURSO ACADÉMICO: 2023-2024***

<b>Denominación de la asignatura:</b>	<b>Topología</b>
Titulación:	DOBLE GRADO EN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL E INGENIERÍA DEL SOFTWARE
Facultad o Centro:	Centro Universitario de Tecnología y Arte Digital
Materia:	Geometría y Topología
Curso:	3
Cuatrimestre:	1º
Carácter:	OB
Créditos ECTS:	9
Modalidad/es de enseñanza:	Presencial
Idioma:	Castellano
Profesor/a - email	Georgy Nuzhdin/ georgy.nuzhdin@u-tad.com
Página Web:	<a href="http://www.u-tad.com/">http://www.u-tad.com/</a>

## DESCRIPCIÓN DE LA ASIGNATURA

### Descripción de la materia

Los espacios afines y proyectivos, los espacios topológicos y la Geometría Diferencial de Curvas y Superficies son los aspectos centrales de esta materia

### Descripción de la asignatura

La topología es una rama esencial para el estudio de la matemática pura y también para la matemática aplicada, la ingeniería y la informática. En esta

asignatura se introducen los elementos básicos de topología general y se introducen los primeros conceptos de topología algebraica.

Se estudian también las relaciones con otras ramas de la matemática, como teoría de números, geometría algebraica y combinatoria y las aplicaciones a la

matemática aplicada, la ingeniería, y la informática.

## COMPETENCIAS Y RESULTADOS DE APRENDIZAJE

### Competencias (genéricas, específicas y transversales)

CG1 Conocimiento en el área de las Matemáticas a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia del estudio de la Matemática Computacional y de la Ciencia de Datos.

CG2 Conocimientos matemáticos y computacionales de una forma profesional y posesión de las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas en el ámbito de la Matemática Computacional.

CG7 Capacidad de utilización de herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos y de Internet.

CB1 Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio

CB2 Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio

CB3 Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética

CB4 Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado

CB5 Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía. CT4 Actualizar el conocimiento adquirido en el manejo de herramientas y tecnologías digitales en función del estado actual del sector y de las tecnologías empleadas. CE1 Capacidad de comprensión y utilización del lenguaje matemático.

CE2 Conocimiento, comprensión y capacidad de demostración rigurosa de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.

CE3 Capacidad de construcción de demostraciones para enunciados matemáticos sencillos o de capacidad hallazgo de contraejemplos para dichos enunciados (cuando estos no sean ciertos en todos los casos).

CE4 Conocimiento de abstracción de las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y comprobación con demostraciones o refutamientos con contraejemplos, así como identificación de errores en razonamientos incorrectos.

CE5 Conocimiento de la definición de un nuevo objeto matemático (para el estudiante), en términos de otros ya conocidos (por el estudiante), y capacidad de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE6 Capacidad de propuesta, análisis, validación e interpretación de modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

CE7 Capacidad de resolución de problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos. CE1 Capacidad de comprensión y utilización del lenguaje matemático.

CE2 Conocimiento, comprensión y capacidad de demostración rigurosa de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.

CE3 Capacidad de construcción de demostraciones para enunciados matemáticos sencillos o de capacidad hallazgo de contraejemplos para dichos enunciados (cuando estos no sean ciertos en todos los casos).

CE4 Conocimiento de abstracción de las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y comprobación con demostraciones o refutamientos con contraejemplos, así como identificación de errores en razonamientos incorrectos.

CE5 Conocimiento de la definición de un nuevo objeto matemático (para el estudiante), en términos de otros ya conocidos (por el estudiante), y capacidad de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE6 Capacidad de propuesta, análisis, validación e interpretación de modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

CE7 Capacidad de resolución de problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.

CE8 Conocimiento para el uso de aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.

### **Resultados de aprendizaje**

Relacionar los conceptos de espacio vectorial, afín y afín euclídeo y saber situar en cuál de esos marcos se deben resolver algunos problemas matemáticos.

Trabajar con variedades afines y proyectivas y con afinidades y proyectividades.

Clasificar cónicas y cuádricas.

Utilizar los conceptos básicos asociados a las nociones de espacio métrico y espacio topológico y de aplicación continua.

Construir ejemplos de espacios topológicos usando las nociones de subespacio topológico, espacio suma, espacio producto y espacio cociente.

Conocer y utilizar las propiedades topológicas básicas de compacidad y conexión. Reconocer la naturaleza de los puntos de una curva en  $\mathbb{R}$ , y saber realizar el cálculo del triedro de Frenet, y de la curvatura y la torsión.

Reconocer la naturaleza de los puntos de una superficie en  $\mathbb{R}$ .

Saber realizar el cálculo de las formas fundamentales, curvatura de Gauss, curvatura media y curvaturas principales.

Construir ejemplos de superficies de revolución, regladas y minimales.

Reconocer propiedades intrínsecas y extrínsecas de una superficie y conocer los teoremas egregios de Gauss y fundamental de superficies.

Conocer y saber calcular nociones topológicas básicas de las superficies: grupo fundamental, triangulaciones y característica de Euler.

## CONTENIDO

Espacios métricos. Espacios topológicos. Conjuntos abiertos y cerrados. Subespacios. Interior, clausura y puntos de acumulación. Espacios Hausdorff. Aplicaciones continuas. Homeomorfismos. Compacidad. Conexión. Conexión por caminos. Topología producto. To

## TEMARIO

Tema 0. Introducción a la topología

0.1. ¿Qué es una línea? ¿Qué es un objeto topológico?

0.2. Concepto ingenuo de “transformación continua”

Tema 1. Espacios métricos

1.1. La función distancia y métricas en  $\mathbb{R}^n$

1.2. Espacios métricos

1.3. Conjuntos abiertos y cerrados

1.4. Límite y continuidad

1.5. Subespacios en  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$ .

Tema 2. Espacios topológicos

2.1. Definición

2.2. Interior y clausura. Puntos de acumulación.

2.3. Topología inducida

2.4. Ejemplos de topologías

2.5. Propiedad de Hausdorff

Tema 3. Homeomorfismos

3.1. La continuidad: definición formal

3.2. Homeomorfismo

3.3. Tarea fundamental de la topología: clasificación de espacios

3.4. Ejemplos de homeomorfismos

Tema 4. Invariantes topológicos

4.1. Conexión

4.2. Conexión por caminos

4.3. Característica de Euler

4.4. Conjuntos compactos y sus propiedades

Tema 5. Variedades topológicas

5.1. Definición y ejemplos

5.2. Espacios recubridores y superficies de Riemann

5.3. Espacio proyectivo y cinta de Moebius

Tema 6. El grupo fundamental

6.1. Homotopías

6.2. El grupo fundamental.

6.3. Cálculo del grupo fundamental para distintos espacios topológicos

6.4. El teorema del punto fijo

Tema 7. Curvas, fractales y dimensiones

7.1. Curvas

7.2. Curvas de Peano, del dragón y de Sierpinsky

7.3. Fractales

7.4. Dimensión de Hausdorff.

## ACTIVIDADES FORMATIVAS Y METODOLOGÍAS DOCENTES

### Actividades formativas

Actividad Formativa	Horas totales	Horas presenciales
<i>Clases teóricas / Expositivas</i>	45,00	100,00
<i>Clases Prácticas</i>	36,00	100,00
<i>Tutorías</i>	6,00	50,00
<i>Estudio independiente y trabajo autónomo del alumno</i>		0,00
<i>Elaboración de trabajos (en grupo o individuales)</i>	42,75	0,00
<i>Actividades de Evaluación</i>	9,00	100,00

<i>TOTAL</i>	51,75	350
--------------	-------	-----

### Metodologías docentes

MD1 Clase Teoría

MD2 Prácticas

MD3 Prácticas de Laboratorio

MD4 Tutorías

## DESARROLLO TEMPORAL

Tema 0. Introducción a la topología

0.1. ¿Qué es una línea? ¿Qué es un objeto topológico?

0.2. Concepto ingenuo de “transformación continua”

Tema 1. Espacios métricos

1.1. La función distancia y métricas en  $\mathbb{R}^n$

1.2. Espacios métricos

1.3. Conjuntos abiertos y cerrados

1.4. Límite y continuidad

1.5. Subespacios en  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$ .

Tema 2. Espacios topológicos

2.1. Definición

2.2. Interior y clausura. Puntos de acumulación.

2.3. Topología inducida

2.4. Ejemplos de topologías

2.5. Propiedad de Hausdorff

Tema 3. Homeomorfismos

3.1. La continuidad: definición formal

3.2. Homeomorfismo

3.3. Tarea fundamental de la topología: clasificación de espacios

3.4. Ejemplos de homeomorfismos

Tema 4. Invariantes topológicos

4.1. Conexión

4.2. Conexión por caminos

4.3. Característica de Euler

4.4. Conjuntos compactos y sus propiedades

Tema 5. Variedades topológicas

5.1. Definición y ejemplos

5.2. Espacios recubridores y superficies de Riemann

5.3. Espacio proyectivo y cinta de Moebius

Tema 6. El grupo fundamental

6.1. Homotopías

6.2. El grupo fundamental.

6.3. Cálculo del grupo fundamental para distintos espacios topológicos

6.4. El teorema del punto fijo

Tema 7. Curvas, fractales y dimensiones

7.1. Curvas

7.2. Curvas de Peano, del dragón y de Sierpinsky

7.3. Fractales

7.4. Dimensión de Hausdorff.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN	VALORACIÓN MÍNIMA RESPECTO A LA CALIFICACIÓN FINAL (%)	VALORACIÓN MÁXIMA RESPECTO A LA CALIFICACIÓN FINAL (%)
<i>Evaluación de la participación en clase, en prácticas o en proyectos de la asignatura</i>	0	30
<i>Evaluación de trabajos, proyectos, informes, memorias</i>	30	60
<i>Prueba Objetiva</i>	30	60

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE EVALUACIÓN

ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN	CONVOCATORIA ORDINARIA	CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA
<i>Evaluación de la participación en clase, en prácticas o en proyectos de la asignatura</i>	20	20
<i>Evaluación de trabajos, proyectos, informes, memorias</i>	30	30
<i>Prueba Objetiva</i>	50	50

### Consideraciones generales acerca de la evaluación

La evaluación de la participación en clase, en prácticas o en proyectos de la asignatura se realizará a partir de la asistencia y la participación activa en clase y en el resto de las actividades desarrolladas durante el curso. Este aspecto representará el 20% de la calificación final de la asignatura en la convocatoria ordinaria.

- A lo largo del curso se plantearán actividades, ejercicios y problemas que deberán ser entregadas antes de la fecha indicada a través de la plataforma virtual. Este trabajo se evaluará a través de la propia plataforma virtual y supondrá un 30% de la

calificación final de la asignatura en la convocatoria ordinaria. No serán evaluados trabajos entregados fuera de plazo.

- A mitad de cuatrimestre se realizará un examen parcial, que será liberatorio si así lo desea el alumno con la condición de obtener al menos una calificación de 4.0 en dicho examen. Aquellos alumnos que no superen esa nota o que decidan descartarla voluntariamente, deberán realizar sendos exámenes correspondientes a los dos parciales en la fecha asignada para la convocatoria ordinaria de enero. Los dos exámenes parciales representarán el 50% de la calificación final en la convocatoria ordinaria (25% cada uno).

- Para aprobar la asignatura en la convocatoria ordinaria, es imprescindible que la nota final (incluyendo los exámenes parciales, las problemas y actividades a entregar y la participación) sea al menos 5.0 (sobre 10). Además de ese requisito, es necesario que la media de los exámenes parciales sea al menos 5.0 (sobre 10), permitiéndose que la nota individual de uno de los dos exámenes parciales sea superior o igual a 4.0 (sobre 10). En caso de no cumplirse alguno de estos requisitos, la asignatura se considerará automáticamente suspensa independientemente del resto de calificaciones.

- En caso de no conseguir el aprobado en la convocatoria ordinaria de enero, el alumno podrá presentarse a la convocatoria extraordinaria de julio, donde realizará un examen final que representará el 50 % de su calificación en dicha convocatoria, y en el que formará parte de la materia exigible al alumno todo el contenido de la asignatura visto en clase. El 50% restante de la nota será repartido entre el 20% de la nota de participación y el 30% de los entregables.

- En los exámenes no se permite el uso de apuntes ni de calculadoras científicas programables, para lo que el alumno debe remitirse a las instrucciones específicas del profesor sobre este tema.

- No se conservarán calificaciones de ningún tipo entre distintos cursos académicos.

## **BIBLIOGRAFÍA / WEBGRAFÍA**

Bibliografía Básica:

- James R. Munkres, Topología, Pearson Education S.A., Madrid, 2002.
- Bernard R. Gelbaum, John M. H. Olmsted. Counterexamples in Analysis, Holden-Day, 1964.
- Viro, O. Ya.; Ivanov, O. A.; Netsvetaev, N. Yu.; Kharlamov, V. M. Elementary Topology : Problem Textbook. American Mathematical Society, 2008
- Problemas de topología general, G. Fleitas y J. Margaleff. Alhambra 1983.

Bibliografía Recomendada:

- Sidney A. Morris. Topology Without Tears.

<https://www.topologywithouttears.net/topbookspanish.pdf>

## **MATERIALES, SOFTWARE Y HERRAMIENTAS NECESARIAS**

### **Tipología del aula**

Aula teórica

Equipo de proyección y pizarra

### **Materiales:**

Ordenador personal .

Cuaderno o tablet para tomar apuntes.

### **Software:**

-