



GUÍA DOCENTE

GEOMETRÍA LINEAL

DOBLE GRADO EN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL E INGENIERÍA DEL SOFTWARE

MODALIDAD: PRESENCIAL

CURSO ACADÉMICO: 2023-2024

Denominación de la asignatura:	Geometría Lineal
Titulación:	DOBLE GRADO EN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL E INGENIERÍA DEL SOFTWARE
Facultad o Centro:	Centro Universitario de Tecnología y Arte Digital
Materia:	Geometría y Topología
Curso:	2
Cuatrimestre:	2º
Carácter:	B
Créditos ECTS:	9
Modalidad/es de enseñanza:	Presencial
Idioma:	Castellano
Profesor/a - email	Víctor Gayoso/victor.gayoso@u-tad.com
Página Web:	http://www.u-tad.com/

DESCRIPCIÓN DE LA ASIGNATURA

Descripción de la materia

Los espacios afines y proyectivos, los espacios topológicos y la Geometría Diferencial de Curvas y Superficies son los aspectos centrales de esta materia

Descripción de la asignatura

Los espacios afines constituyen el modelo matemático creado para modelar nuestra idea intuitiva de espacio, siendo el entorno más adecuado en donde poder realizar todo tipo de operaciones geométricas (movimientos, trayectorias, fuerzas físicas, etc.). Es por tanto el modelo en que se desarrollan gran cantidad de aplicaciones con componente geométrico presentes en disciplinas como la arquitectura, ingeniería o física, entre otras.

Por otro lado, la geometría proyectiva se establece como el modelo que recoge la forma en la que el ojo humano o una cámara representa (proyecta) la información 3D de la realidad en una imagen o plano 2D.

En esta asignatura se trabaja a partir de la estructura del espacio afín métrico, para estudiar y clasificar las isometrías y movimientos en el plano y el espacio tridimensional Euclídeo. Se estudian los espacios proyectivos, sus variedades y proyectividades, y se realiza un estudio de cónicas y cuádricas.

COMPETENCIAS Y RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Competencias (genéricas, específicas y transversales)

CG1 Conocimiento en el área de las Matemáticas a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia del estudio de la Matemática Computacional y de la Ciencia de Datos.

CG2 Conocimientos matemáticos y computacionales de una forma profesional y posesión de las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas en el ámbito de la Matemática Computacional.

CG7 Capacidad de utilización de herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos y de Internet.

CB1 Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio

CB2 Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio

CB3 Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética

CB4 Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado

CB5 Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía. CT4 Actualizar el conocimiento adquirido en el manejo de herramientas y tecnologías digitales en función del estado actual del sector y de las tecnologías empleadas. CE1 Capacidad de comprensión y utilización del lenguaje matemático.

CE2 Conocimiento, comprensión y capacidad de demostración rigurosa de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.

CE3 Capacidad de construcción de demostraciones para enunciados matemáticos sencillos o de capacidad hallazgo de contraejemplos para dichos enunciados (cuando estos no sean ciertos en todos los casos).

CE4 Conocimiento de abstracción de las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y comprobación con demostraciones o refutamientos con contraejemplos, así como identificación de errores en razonamientos incorrectos.

CE5 Conocimiento de la definición de un nuevo objeto matemático (para el estudiante), en términos de otros ya conocidos (por el estudiante), y capacidad de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE6 Capacidad de propuesta, análisis, validación e interpretación de modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

CE7 Capacidad de resolución de problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.

CE1 Capacidad de comprensión y utilización del lenguaje matemático.

CE2 Conocimiento, comprensión y capacidad de demostración rigurosa de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.

CE3 Capacidad de construcción de demostraciones para enunciados matemáticos sencillos o de capacidad hallazgo de contraejemplos para dichos enunciados (cuando estos no sean ciertos en todos los casos).

CE4 Conocimiento de abstracción de las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y comprobación con demostraciones o refutamientos con contraejemplos, así como identificación de errores en razonamientos incorrectos.

CE5 Conocimiento de la definición de un nuevo objeto matemático (para el estudiante), en términos de otros ya conocidos (por el estudiante), y capacidad de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE6 Capacidad de propuesta, análisis, validación e interpretación de modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

CE7 Capacidad de resolución de problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.

CE8 Conocimiento para el uso de aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.

Resultados de aprendizaje

Relacionar los conceptos de espacio vectorial, afín y afín euclídeo y saber situar en cuál de esos marcos se deben resolver algunos problemas matemáticos.

Trabajar con variedades afines y proyectivas y con afinidades y proyectividades.

Clasificar cónicas y cuádricas.

Utilizar los conceptos básicos asociados a las nociones de espacio métrico y espacio topológico y de aplicación continua.

Construir ejemplos de espacios topológicos usando las nociones de subespacio topológico, espacio suma, espacio producto y espacio cociente.

Conocer y utilizar las propiedades topológicas básicas de compacidad y conexión. Reconocer la naturaleza de los puntos de una curva en $\mathbb{R}$, y saber realizar el cálculo del triedro de Frenet, y de la curvatura y la torsión.

Reconocer la naturaleza de los puntos de una superficie en $\mathbb{R}$.

Saber realizar el cálculo de las formas fundamentales, curvatura de Gauss, curvatura media y curvaturas principales.

Construir ejemplos de superficies de revolución, regladas y minimales.

Reconocer propiedades intrínsecas y extrínsecas de una superficie y conocer los teoremas egregios de Gauss y fundamental de superficies.

Conocer y saber calcular nociones topológicas básicas de las superficies: grupo fundamental, triangulaciones y característica de Euler.

CONTENIDO

Espacio afín. Variedades afines. Afinidades. Espacio afín euclídeo. Movimientos.

Espacio proyectivo. Espacios afines y proyectivos. Variedades proyectivas. Proyectividades. Razón simple y razón doble. Dualidad.

Cónicas y cuádricas.

TEMARIO

Tema 1. Fundamentos de geometría plana

- 1.1. Objetos geométricos básicos.
- 1.2. Ángulos.
- 1.3. Polígonos.
- 1.4. Triángulos.
- 1.5. Resumen de notación.

Tema 2. Geometría analítica del plano y del espacio

- 2.1. Ecuaciones en el plano.
- 2.2. Ecuaciones en el espacio.

Tema 3. Isometrías vectoriales

- 3.1. Espacios vectoriales.
- 3.2. Aplicaciones lineales.
- 3.3. Forma canónica de Jordan.
- 3.4. Isometrías vectoriales.
- 3.5. Clasificación de isometrías en R^2 .
- 3.6. Clasificación de isometrías en R^3 .

Tema 4. Movimientos afines

- 4.1. Espacios afines.

- 4.2. Variedades lineales.
- 4.3. Sistemas de referencia y coordenadas.
- 4.4. Transformaciones afines.
- 4.5. Tipos de transformaciones afines.
- 4.6. Clasificación de movimientos en R2.
- 4.7. Clasificación de movimientos en R3.

Tema 5. Cónicas y cuádricas

- 5.1. Cónicas.
- 5.2. Cuádricas.

Tema 6. Geometría proyectiva

- 6.1. Plano proyectivo.
- 6.2. Sistemas de referencia.
- 6.3. Razón doble de cuatro puntos.
- 6.4. Homografías o proyectividades.
- 6.5. Curvas elípticas.

ACTIVIDADES FORMATIVAS Y METODOLOGÍAS DOCENTES

Actividades formativas

Actividad Formativa	Horas totales	Horas presenciales
<i>Clases teóricas / Expositivas</i>	45,00	100,00
<i>Clases Prácticas</i>	36,00	100,00
<i>Tutorías</i>	6,00	50,00
<i>Estudio independiente y trabajo autónomo del alumno</i>		0,00
<i>Elaboración de trabajos (en grupo o individuales)</i>	42,75	0,00
<i>Actividades de Evaluación</i>	9,00	100,00
TOTAL	51,75	350

Metodologías docentes

- MD1 Clase Teoría
- MD2 Prácticas
- MD3 Prácticas de Laboratorio
- MD4 Tutorías

DESARROLLO TEMPORAL

Tema 1. Fundamentos de geometría plana

- 1.1. Objetos geométricos básicos.
- 1.2. Ángulos.
- 1.3. Polígonos.
- 1.4. Triángulos.
- 1.5. Resumen de notación.

Tema 2. Geometría analítica del plano y del espacio

- 2.1. Ecuaciones en el plano.
- 2.2. Ecuaciones en el espacio.

Tema 3. Isometrías vectoriales

- 3.1. Espacios vectoriales.
- 3.2. Aplicaciones lineales.
- 3.3. Forma canónica de Jordan.
- 3.4. Isometrías vectoriales.
- 3.5. Clasificación de isometrías en R^2 .
- 3.6. Clasificación de isometrías en R^3 .

Tema 4. Movimientos afines

- 4.1. Espacios afines.
- 4.2. Variedades lineales.
- 4.3. Sistemas de referencia y coordenadas.
- 4.4. Transformaciones afines.
- 4.5. Tipos de transformaciones afines.
- 4.6. Clasificación de movimientos en R^2 .
- 4.7. Clasificación de movimientos en R^3 .

Tema 5. Cónicas y cuádricas

5.1. Cónicas.

5.2. Cuádricas.

Tema 6. Geometría proyectiva

6.1. Plano proyectivo.

6.2. Sistemas de referencia.

6.3. Razón doble de cuatro puntos.

6.4. Homografías o proyectividades.

6.5. Curvas elípticas.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN	VALORACIÓN MÍNIMA RESPECTO A LA CALIFICACIÓN FINAL (%)	VALORACIÓN MÁXIMA RESPECTO A LA CALIFICACIÓN FINAL (%)
<i>Evaluación de la participación en clase, en prácticas o en proyectos de la asignatura</i>	0	30
<i>Evaluación de trabajos, proyectos, informes, memorias</i>	30	60
<i>Prueba Objetiva</i>	30	60

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE EVALUACIÓN

ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN	CONVOCATORIA ORDINARIA	CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA
<i>Evaluación de la participación en clase, en prácticas o en proyectos de la asignatura</i>	10	10
<i>Evaluación de trabajos, proyectos, informes, memorias</i>	30	30
<i>Prueba Objetiva</i>	60	60

Consideraciones generales acerca de la evaluación

El alumno debe asistir al menos al 80% de las clases. Si el estudiante no completa el 80% requerido, pierde el derecho de evaluación continua en la convocatoria ordinaria. Las faltas de asistencia justificadas, que se procesan a través de Secretaría Académica mediante la herramienta Zendesk, no penalizan la asistencia. La condición de “Retraso” en el control de asistencia un día supone el 50 % de la asistencia en la asignatura para el día en cuestión.

- La evaluación de la participación en clase, en prácticas o en proyectos de la asignatura (10 % de la calificación final) tendrá en cuenta a partes iguales la asistencia, la participación activa del alumno (tanto en forma de preguntas como respuestas), el aprovechamiento del tiempo en clase y el comportamiento en el aula junto con la educación tanto en clase como en las comunicaciones escritas con el profesor.
- A lo largo del curso se plantearán actividades, ejercicios y problemas (30 % de la calificación final) que deberán ser entregados a través de la plataforma virtual Blackboard (no se evaluará el material enviado por correo electrónico) antes de la fecha límite establecida o de forma presencial en el horario de clase, según las indicaciones del profesor. La nota en este apartado se calculará después de descartar la puntuación más baja de entre todas las actividades, ejercicios y problemas solicitados durante el curso en caso de que el número de actividades sea menor o igual a cinco. En caso de que el número de actividades evaluables sea superior a cinco, se descartarán las dos puntuaciones más bajas. Por otra parte, este apartado supondrá un 30% de la calificación final de la asignatura en la convocatoria ordinaria. No se evaluarán aquellas actividades entregadas por el alumno después de la fecha límite. Las actividades realizadas en clase no se repetirán.
- La materia a evaluar se dividirá en dos exámenes parciales. El primer examen parcial tendrá lugar aproximadamente a mitad de cuatrimestre en horario de clase, y será liberatorio si así lo desea el alumno con la condición de obtener al menos una calificación de 4.0 en dicho examen. Aquellos alumnos que no superen esa nota o

que decidan descartarla voluntariamente, deberán realizar de nuevo el examen del primer parcial en la fecha asignada para la convocatoria ordinaria de enero. Por su parte, el examen del segundo parcial se realizará exclusivamente en la fecha asignada para la convocatoria ordinaria de enero.

- Los exámenes parciales representarán el 60 % de la calificación final en la convocatoria ordinaria (30 % cada uno).
- En ningún caso se repetirán las pruebas de evaluación continua (ya sean actividades o exámenes). Aquellos alumnos que no hayan realizado alguna prueba tendrán en la misma una calificación de cero.
- Para aprobar la asignatura en la convocatoria ordinaria, es imprescindible que la nota final (incluyendo los exámenes parciales, los problemas y actividades a entregar y la participación) sea al menos 5.0 (sobre 10). Además de ese requisito, es necesario que la media de los exámenes parciales sea al menos 5.0 (sobre 10), donde la calificación de cada examen parcial debe ser obligatoriamente superior o igual a 4.0 (sobre 10). En caso de no cumplirse alguno de estos requisitos, la asignatura se considerará automáticamente suspensa independientemente del resto de calificaciones. En el caso particular de que el alumno no haya obtenido una nota media de al menos 5.0 en los exámenes, su calificación final será precisamente esa nota media, sin considerar el resto de los elementos evaluables. Si el alumno hubiera obtenido una nota media superior a 5.0 en los exámenes, pero uno de ellos tuviera una calificación inferior a 4.0, la nota final será la del examen con calificación inferior a 4.0, sin considerar el resto de los elementos evaluables.
- En caso de no conseguir el aprobado en la convocatoria ordinaria de enero, el alumno podrá presentarse a la convocatoria extraordinaria de junio/julio. En el examen de la convocatoria extraordinaria formará parte de la materia exigible al alumno todo el contenido de la asignatura visto en clase durante el presente curso.
- La calificación obtenida por el alumno dentro del apartado de participación en clase, en prácticas o en proyectos de la asignatura (10 % de la calificación final) durante la convocatoria ordinaria se mantendrá en la convocatoria extraordinaria.
- Respecto a la evaluación de trabajos, proyectos, informes y memorias en la

convocatoria extraordinaria (30 % de la calificación final), por defecto se mantendrá la calificación obtenida en ese apartado durante la convocatoria ordinaria. En caso de preferirlo, el alumno podrá acudir a la universidad a efectuar una prueba de carácter presencial en una única sesión que sustituya la calificación en el apartado de evaluación de trabajos, proyectos, informes y memorias, y en la que formará parte de la materia exigible al alumno todo el contenido de la asignatura visto en clase. Para poder elegir esta opción, es imprescindible que el alumno comunique su decisión por escrito al profesor al menos tres semanas antes de la fecha del examen asociado a la convocatoria extraordinaria. Las características de la prueba presencial serán comunicadas por el profesor durante el curso.

- Cada falta de ortografía, incluyendo los errores asociados a acentos ortográficos, tendrá una penalización de 0.1 puntos. Esta norma es de aplicación en todos los elementos evaluables.
- Todo alumno que no se presente al examen de la convocatoria ordinaria recibirá la calificación de “No Presentado”, independientemente de sus calificaciones en el resto de los apartados. El mismo criterio se aplicará en la convocatoria extraordinaria.
- En los exámenes no se permite el uso de apuntes ni de calculadoras científicas programables, para lo que el alumno debe remitirse a las instrucciones específicas del profesor sobre este tema.
- No se conservarán calificaciones de ningún tipo entre distintos cursos académicos.

BIBLIOGRAFÍA / WEBGRAFÍA

Bibliografía Básica:

- E. Hernández Rodríguez, M.J. Vázquez Gallo y M.Á. Zurro Moro. Álgebra lineal y Geometría Ed. Pearson. 2006. ISBN 978-84-782-9129-8.
- J.F. Fernando y J.M. Gamboa. Geometría Lineal: Espacios afines y proyectivos. Ed. Sanz y Torres. 2017. ISBN 978-84-164-6649-8.

Bibliografía Recomendada:

- L.M. Merino González, E. Santos Alaez. Álgebra lineal con métodos elementales. Ed. Paraninfo. 2006. ISBN 978-84-283-4516-3.

- J.M. Rodríguez-Sanjurjo y J.M. Ruiz. Ed. Sanz y Torres. Lecciones de Geometría Proyectiva. 2020. ISBN 978-84-177-6585-9.
- M. Castellet e I. Llerena. Álgebra Lineal y Geometría. Ed. Reverté. 2010. ISBN 978-84-291-5009-4.
- Á. Nolla de Celis. Geometría Proyectiva y Visión Artificial. Ed. Ra-Ma. 2021. ISBN 978-84-185-5142-0.
- V. Gayoso Martínez, L. Hernández Encinas y A. Martín Muñoz. Criptografía con curvas elípticas. Ed. CSIC. 2018. ISBN 978-84-001-0432-0.

MATERIALES, SOFTWARE Y HERRAMIENTAS NECESARIAS

Tipología del aula

Aula teórica

Equipo de proyección y pizarra

Materiales:

Ordenador personal .

Cuaderno o tablet para tomar apuntes.

Software:

-